

10
КЛАСС

11
КЛАСС



Учимся разумному финансовому поведению

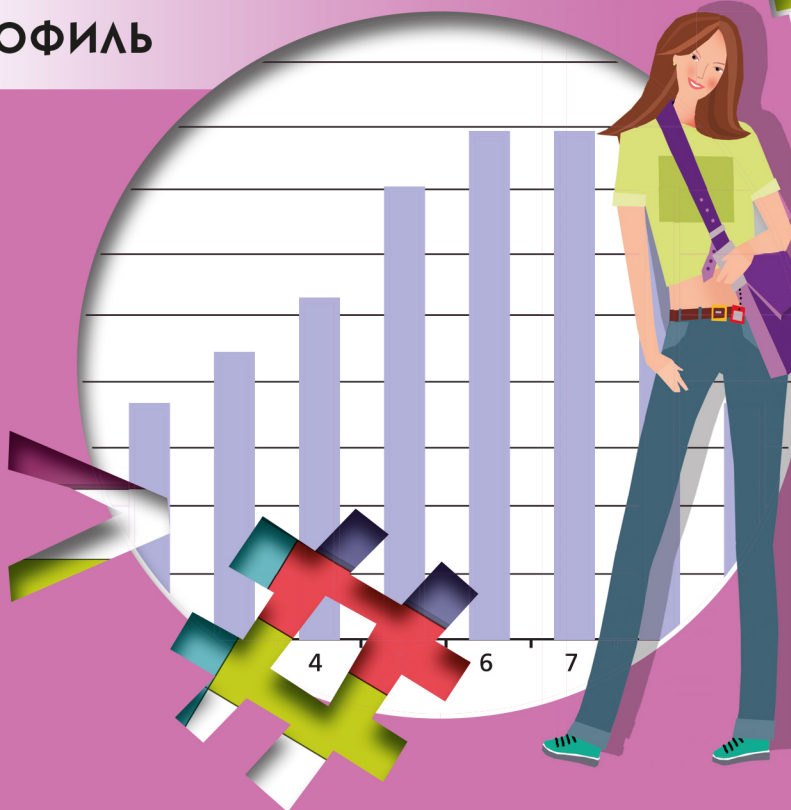
ТВОЙ **A⁺** АКТИВ

ГРИГОРИЙ КАНТОРОВИЧ

ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
—
ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ПРОФИЛЬ



СЕТЕВАЯ
АКАДЕМИЯ

ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

ИЗДАНИЕ ПОДГОТОВЛЕНО В РАМКАХ СОВМЕСТНОГО ПРОЕКТА
МИНИСТЕРСТВА ФИНАНСОВ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ И ВСЕМИРНОГО БАНКА
«СОДЕЙСТВИЕ ПОВЫШЕНИЮ УРОВНЯ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ НАСЕЛЕНИЯ
И РАЗВИТИЮ ФИНАНСОВОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

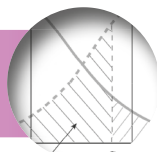


Учимся разумному финансовому поведению

ГРИГОРИЙ КАНТОРОВИЧ

ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРОФИЛЬ



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

ИННОВАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ
ПО ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЯХ
(СРЕДНЕЕ ОБЩЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ)

ЭЛЕКТРОННАЯ ВЕРСИЯ



МОСКВА

УДК 373.016:336
ББК 74.266.5
К19

Проект «Содействие повышению уровня финансовой
грамотности населения и развитию финансового образования
в Российской Федерации»

Электронная версия - НОЧУ ДПО УЦ «Сетевая Академия»

«Финансовая грамотность» — целостная система учебных курсов для дополнительного образования обучающихся, впервые разработанная в России. Для каждого курса создан учебно-методический комплект, включающий материалы для обучающихся, учебную программу, методические рекомендации для педагога, контрольные измерительные материалы и материалы для родителей.

Автор: *Григорий Канторович*,
кандидат физико-математических наук, профессор НИУ ВШЭ

Канторович, Г. Г.

К19 Финансовая грамотность: методические рекомендации для учителя. 10–11 классы общеобразоват. орг. Математический профиль / Г. Г. Канторович. — М.: НОЧУ ДПО УЦ «Сетевая Академия», 2018. - 16 с. (Дополнительное образование: Серия «Учимся разумному финансовому поведению»).

В методических рекомендациях раскрыты трудные и важные аспекты каждой темы программы. Это касается как традиционных для дисциплин по финансовой грамотности вопросов: простых и сложных процентов, учёта разновременных финансовых потоков, расчёта цены финансовых инструментов и оценки инвестиционных проектов, так и активного использования понятий теории вероятностей и математической статистики для описания и оценки рисков, связанных с финансовыми операциями. Благодаря углублённому изучению учащимися математики в этих классах, у учителя есть возможность опустить из курса разделы, касающиеся теории вероятностей и статистики, ограничиваясь разделами по финансовой математике.

ISBN 0000000

УДК 373.016:336
ББК 74.266.5

Дополнительное образование

Серия «Учимся разумному финансовому поведению»

Издание для дополнительного образования

Канторович Григорий Гельмутович

ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

Методические рекомендации для учителя

10–11 классы общеобразовательных организаций. Математический профиль

Редакторы *Е. А. Вигдорчик, В. В. Антонов, Т. А. Чамаева*. Художественный редактор *А. М. Драговой*.
Компьютерная верстка *Т. Е. Сонниковой*. Макет и обложка художника *А. М. Драгового*.

Корректор *Е. В. Барановская*

Электронная версия разработана
НОЧУ ДПО УЦ «Сетевая Академия»

ISBN 0000000

© Министерство финансов
Российской Федерации, 2015
Все права защищены

СОДЕРЖАНИЕ

Общая характеристика методики обучения	4
Методика организации занятий.....	7
Тема 1. Типы депозитов (вкладов) и их размер. Простые (арифметические) и сложные проценты по вкладу ..	7
Тема 2. Сложно-простые проценты	8
Тема 3. Сравнение денежных сумм в разные моменты времени. Дисконтирование	8
Тема 4. Ценные бумаги.....	9
Тема 5. Фондовый рынок: как его использовать для получения доходов.....	10
Контрольная работа	10
Тема 6. Риски финансовых решений.....	11
Тема 7. Основные понятия теории вероятностей.....	11
Тема 8. Условная вероятность. Случайные величины	11
Тема 9. Непрерывные случайные величины	12
Тема 10. Совместное распределение нескольких случайных величин.....	12
Тема 11. Характеристики распределения случайной величины — математическое ожидание и дисперсия. Ковариация и коэффициент корреляции	13
Тема 12. Основные понятия математической статистики	13
Тема 13. Свойства статистических оценок.....	14
Тема 14. Статистические выводы.....	14
Тема 15. Распределения, связанные с нормальным распределением	15
Тема 16. Проверка гипотез, базирующихся на нормальном распределении.....	15
Тема 17. Доверительные интервалы.....	16
Тема 18. Измерение риска и доходности ценной бумаги на финансовых рынках	16
Тема 19. Портфельный риск	16
Зачётная работа	16

● Общая характеристика методики обучения

НЕОБХОДИМОСТЬ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА «ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ»

Необходимость повышения уровня финансовой грамотности населения и улучшения финансовой подготовки в школе уже не является предметом дискуссий. Для нашей страны этот вопрос является особо актуальным в связи с тем, что у старшего поколения россиян практически отсутствует опыт жизни в условиях рыночной экономики. В результате многие семьи не только не умеют рационально распоряжаться своими доходами и сбережениями, но и не могут дать своим детям уроки практического финансового поведения. Наличие в Интернете многочисленных зачастую противоречивых материалов только дезориентирует школьника.

В то же время у математически продвинутых школьников простое дескриптивное описание понятий финансовой грамотности может вызвать потерю интереса к этому предмету, и даже его отторжение. Поэтому был разработан специальный учебно-методический комплекс (УМК) для учащихся старших классов математического профиля с повышенным уровнем математического изложения.

Цель обучения — повышение уровня финансовой грамотности учащихся 10–11 классов математического профиля посредством освоения базовой системы понятий из сферы финансов и изложения их в увязке с относительно продвинутой системой математических конструкций.

В процессе преподавания курса «Финансовая грамотность» основное внимание должно быть уделено не заучиванию экономических понятий и терминов, а умению пользоваться ими в реальной жизни. Не следует наполнять курс книжными примерами и формальными моделями, являющимися в глазах учащихся чисто теоретическими и не имеющими отношения к наблюдаемым повседневным явлениям. Даже если учащиеся заучивают подобные теоретические модели, они сталкиваются с трудностями их применения в своей реальной деятельности. Поэтому в материалах для учащихся теоретическое изложение занимает мало места и постоянно дополняется соответствующими примерами из практики, а также детальным анализом конкретных способов использования тех или иных финансовых инструментов.

УЧЁТ ВОЗРАСТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ

Учащиеся 10–11 классов математического профиля обычно достаточно сложившиеся личности с уже сформированной системой логических понятий. При этом некоторые из них могли уже получать базовые знания по курсу «Экономика» и/или «Финансовая грамотность» в рамках начальной и/или основной школы. Поэтому главной задачей учителя является необходимость заинтересовать учащихся в изучаемом материале. Он должен представляться ученикам не как набор новых понятий,

изолированных от их знаний в математике и, возможно, в экономике. Основная цель — дать учащимся основы финансовой грамотности в тесной увязке с математическими конструкциями. Весьма желательно использовать для финансовых расчётов компьютерные программы, например общераспространённые электронные таблицы Excel. Можно рекомендовать следующую схему занятий. До занятия учащиеся самостоятельно изучают тему по учебным материалам. После изучения материала учащиеся дома решают задачи, рекомендованные учителем, а также выполняют упражнения. Приветствуется обсуждение материала и выполнение заданий совместно с родителями, но далеко не всегда родители в состоянии помочь детям в освоении предлагаемых материалов.

Во время занятия преподаватель проверяет степень усвоения понятий и способов расчёта финансовых показателей в процессе обсуждения, разбора задач и практических заданий. Желательно также иллюстрировать изучаемый материал некоторыми «жизненными» примерами. Современные методики обучения уделяют больше времени самостоятельной работе учащихся, приучая их правильно воспринимать и творчески переосмысливать информацию, получаемую из разного рода источников.

Особая помощь преподавателя учащимся нужна при освоении тем, связанных с основами теории вероятностей и математической статистики. Несмотря на то что в классах математического профиля часть этих тем уже изучается на уроках математики, практика показывает, что мышление в «вероятностном мире» относится к одной из наиболее сложных тем для ребят.

ИНТЕГРАЦИЯ С ДРУГИМИ ПРЕДМЕТАМИ

В настоящее время в экономике и финансах использование математических методов весьма велико. При подготовке настоящего учебно-методического комплекса этот факт намеренно использован для пробуждения у учащихся классов математического профиля дополнительного интереса к предмету.

Если учащиеся изучали или параллельно изучают в школе предмет «Экономика», им будет проще освоить понятийную систему данного курса. Желательно также, чтобы учащиеся к моменту изучения курса «Финансовая грамотность» уже умели пользоваться компьютером и Интернетом хотя бы на базовом уровне.

МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ И АТТЕСТАЦИИ УЧАЩИХСЯ

При формировании оценок за дисциплину преподаватель учитывает работу учащихся на практических занятиях, их самостоятельную работу, их результаты при проведении промежуточного и итогового контроля.

Оценка за текущий контроль складывается из следующих элементов:

- Преподаватель оценивает работу на практических занятиях следующим образом: систематически проводит опрос, по результатам которого учащимся выставляется итоговая оценка за работу на практических занятиях. При этом учитывается их активность в обсуждении учебных жизненных ситуаций, участие в викторинах и командных играх, правильность решения задач и упражнений у доски, выполнение заданий с родителями, а также активность в презентации группового проекта.

Оценки за работу на практических занятиях преподаватель заносит в рабочую ведомость. В конце изучения курса учащимся выставляется накопленная оценка за работу на практических занятиях — $O_{\text{аудиторн.}}$.

- Преподаватель оценивает самостоятельную работу учащихся: своевременность и правильность выполнения домашних заданий, в том числе и практических заданий с родителями, участие в подготовке к командным играм и презентации групповых проектов. Оценки за самостоятельную работу преподаватель выставляет в рабочую ведомость. В конце изучения курса учащимся выставляется накопленная оценка за самостоятельную работу — $O_{\text{сам. работа}}$.

Оценка за текущий контроль учитывает результаты учащегося следующим образом:

$$O_{\text{текущ.}} = 0,7 \times O_{\text{аудиторн.}} + 0,3 \times O_{\text{сам. работа}}$$

В качестве форм промежуточного и итогового контроля знаний программой курса предусмотрены 1 контрольная и 1 зачётная работы. Формировать варианты этих работ можно на основе контрольных измерительных материалов (КИМов), которые входят в данный учебно-методический комплекс. Разумеется, поощряется разработка преподавателями самостоятельных заданий по курсу, а также их подбор в учебно-методической литературе.

Оценка за промежуточный контроль:

- Преподаватель выставляет учащимся оценку за контрольную работу, которая является формой промежуточного контроля — $O_{\text{промеж.}}$.

Оценка за итоговый контроль:

- Преподаватель выставляет учащимся оценку за зачётную работу, которая является формой итогового контроля — $O_{\text{итог.}}$.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$$O_{\text{результ.}} = 0,3 \times O_{\text{текущ.}} + 0,3 \times O_{\text{промеж.}} + 0,4 \times O_{\text{итог.}}$$

Способ округления результирующей оценки по учебной дисциплине: любой положительный результат расчёта средневзвешенной оценки округляется до ближайшего целого числа. Если, например, средняя оценка учащегося составляет от 4,01 до 4,50, то он получает 4 балла; если средняя оценка составляет от 4,51 до 4,99, то он получает 5 баллов.

Материалы для учителя подготовлены таким образом, чтобы максимально помочь преподавателю в проведении занятий по финансовой грамотности. К каждой теме даются конкретные методические рекомендации по её изучению, а к каждому занятию — подробное описание хода занятия с последовательностью действий преподавателя и учащихся.

Если учащиеся быстро справляются с решением задач, обсуждением кейсов и презентацией своих практических заданий, преподаватель может оставшееся время занять объяснением дополнительного материала, который не вошёл в материалы для учащихся, но является для них интересным и познавательным.

Если технические возможности учебного заведения позволяют использовать на занятиях проектор и ноутбук, то преподаватель может представить некоторые из дополнительных материалов в виде компьютерной презентации.

МЕТОДИКА ОРГАНИЗАЦИИ ЗАНЯТИЙ

ТЕМА 1. ТИПЫ ДЕПОЗИТОВ (ВКЛАДОВ) И ИХ РАЗМЕР. ПРОСТЫЕ (АРИФМЕТИЧЕСКИЕ) И СЛОЖНЫЕ ПРОЦЕНТЫ ПО ВКЛАДУ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 1. Типы депозитов (вкладов) и их размер. Простые (арифметические) и сложные проценты по вкладу

Базовые понятия: простые (арифметические) проценты по вкладу. Увеличение величины вклада при простых процентах. Сложные проценты по вкладу. Увеличение величины вклада при сложных процентах.

Цель занятия. Познакомить школьников с процентами, как мерой относительного изменения величин, с условиями начисления процентов по вкладу. В ходе занятия основной задачей является не только и не столько запоминание формул для расчёта простых и сложных процентов, сколько понимание динамики показателя как основной характеристики в отличие от его статической величины. Желательно с первого занятия приучать школьников проводить расчеты с помощью компьютера. Рекомендуется использовать общераспространённую программу электронных таблиц Excel. При этом не стоит требовать использования специальных финансовых функций, входящих в состав Excel, но не рекомендуется препятствовать школьникам использовать эти функции по собственной инициативе.

ТЕМА 2. СЛОЖНО-ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 2. Рост величины вклада при разном числе начислений в течение года. Эффективный процент

Базовые понятия: сложно-простые проценты по вкладу. Влияние числа начислений процентов на динамику роста вклада. Увеличение величины вклада при сложно-простых процентах. Эффективный процент.

Цель занятия. В ходе занятия основной задачей является не только и не столько запоминание формулы для расчёта сложно-простых процентов, сколько понимание зависимости динамики величины вклада от основных параметров закона начисления процентов. И на этом занятии чрезвычайно желательно проводить расчёты с помощью компьютера.

Занятие 3. Экономический смысл числа e . Темп прироста размера вклада при различных способах начисления процентов

Базовые понятия: предел последовательности; размер вклада как последовательность; иррациональное число e как предельный размер вклада при мгновенном начислении процентов; темп роста вклада.

Цель занятия. Познакомить школьников с идеей мгновенного начисления процентов, использовать эту идею как пример предельного перехода. В ходе занятия основной задачей является выработка у учащихся понимания связи динамики размера вклада и условий его начисления. Учащимся предлагается использовать понятия и навыки математической темы «Пределы» в задаче из области финансовой грамотности.

ТЕМА 3. СРАВНЕНИЕ ДЕНЕЖНЫХ СУММ В РАЗНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ. ДИСКОНТИРОВАНИЕ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 4. Текущая стоимость денег (present value). Будущая стоимость денег (future value)

Базовые понятия: текущая стоимость денег. Будущая стоимость денег. Ставка дисконтирования. Мгновенная ставка дисконтирования как скорость убывания текущей стоимости со временем. Ожидаемая стоимость. Временные предпочтения экономического агента.

Цель занятия. Объяснить школьникам, что одна и та же величина денег имеет разную ценность в разные моменты времени, познакомить их с основной идеей сравнения «разновременных» денежных сумм. В ходе занятия важно донести до учащихся важнейшее понимание, что ценность денег не совпадает с их номинальным значением. Учащиеся должны твёрдо усвоить, что сравнение денежных сумм, относящихся к разным моментам времени напрямую, невозможно, нужно специальным образом приводить денежные суммы к сопоставимым условиям. И на этом занятии желательно проводить расчёты с помощью компьютера. Важно пояснять учащимся, что при расчёте текущей стоимости денег используются ожидаемые, а не фактические потоки поступающих в разные моменты денег. Действительность может

отличаться от ожиданий экономического агента. Решения и оценки денежных средств экономическому агенту приходится делать в условиях неопределённости.

Занятие 5. Анализ инвестиционных проектов. Чистая текущая стоимость (NPV). Внутренняя норма доходности проекта (IRR). Ипотечный кредит. Аннуитет

Базовые понятия: инвестиционный проект, поток затрат и поток ожидаемых доходов, чистая текущая стоимость проекта, внутренняя норма доходности проекта, реальные ставки процента, дефлятирование.

Цель занятия. Научить школьников сравнивать между собой различные инвестиционные проекты, познакомить их с понятием чистой приведённой стоимости и показателем внутренней доходности проекта, рассчитывать ожидаемую стоимость инвестиционного, в том числе ипотечного, проекта. Учащиеся должны научиться рассчитывать доходность/убыточность проекта по показателям его чистой текущей стоимости и внутренней нормы доходности. Используя показатель внутренней нормы доходности, учащийся должен уметь формулировать и использовать правило для инвестирования или неинвестирования в проект. Если инвестор может занять деньги под процент меньший, чем внутренняя норма доходности проекта, то в проект выгодно инвестировать. Если же внутренняя ставка доходности ниже цены заёмных денег (процента, под который можно занять деньги сегодня), то от инвестирования в проект следует воздержаться.

ТЕМА 4. ЦЕННЫЕ БУМАГИ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 6. Ценная бумага как договор (контракт) о платежах. Облигации. Бескупонные облигации. Стоимость бескупонной облигации

Базовые понятия: ценные бумаги и их типы, облигации, акции, векселя, сберегательные сертификаты, бескупонные облигации, номинальная и текущая стоимость бескупонной облигации.

Цель занятия. Дать учащимся общее представление о ценных бумагах как о стандартизованных финансовых договорах и познакомить их с основными терминами, характеризующими обращение ценных бумаг. Покупка ценной бумаги может рассматриваться как специальный вид инвестиционного проекта. В рамках этого занятия основное внимание следует уделить бескупонным облигациям. Учащиеся должны увидеть общие принципы, связывающие расчёт стоимости бескупонной облигации и расчёт стоимости инвестиционного проекта.

Занятие 7. Купонные облигации. Стоимость купонной облигации. Фиксированный и плавающий купон. Продажа облигаций с дисконтом и с премией

Базовые понятия: купонные облигации, облигации с фиксированным купоном, облигации с плавающим купоном, номинальная и текущая стоимость купонной облигации.

Цель занятия. Дать учащимся общее представление о купонных облигациях и методах расчёта их стоимости. Важно, чтобы учащиеся поняли, что плавающая

величина купона порождается не капризом эмитента, а изменяющимися экономическими условиями и их неопределённостью в момент эмиссии облигации. Чтобы установить разумный купон для каждого момента выплаты, эмитент должен предсказать примерную величину рыночных процентных ставок в эти моменты. Особенностью ситуации является то, что эмитент и возможный покупатель облигации могут не одинаково оценивать нормы дисконтирования для разных периодов. Поскольку у каждого из экономических агентов нет точного и полного знания о будущих рыночных условиях, любые их решения сопряжены с риском.

Учащиеся должны уметь применить для расчёта стоимости купонной облигации известную им из курса математики формулу суммы геометрической прогрессии, в том числе формулу суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

ТЕМА 5. ФОНДОВЫЙ РЫНОК: КАК ЕГО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ДОХОДОВ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 8. Акции. Открытые и закрытые акционерные общества.

Биржи. Дивиденды. Виды акций.

Обыкновенные и привилегированные акции

Базовые понятия: акции, акционерные общества, биржи, дивиденды, волатильность.

Цель занятия. Дать учащимся общее представление об акциях, базовых условиях их выпуска, их основных типах. Учащиеся должны понять, что владение акциями даёт их держателю права на участие в управлении предприятием-эмитентом и что эти права могут заметно различаться в зависимости от типа акции. Юридические подробности прав обладания акциями не являются основной целью занятия.

Занятие 9. Стоимость акции. Номинальная, рыночная и ликвидационная стоимость акции. Доходность акции

Базовые понятия: различные виды стоимости акции, рыночная цена акции, капитализация компании, доходность акции.

Цель занятия. Дать учащимся понимание того, что рыночная цена акции постоянно меняется в зависимости от ситуации на бирже. Учащиеся должны понять, что определение ожидаемой цены акции эквивалентно расчёту стоимости инвестиционного проекта, что основной идеей такого расчёта является приведение разновременных денежных потоков к текущему моменту времени. Неопределённость будущих характеристик дисконтирования требует анализа динамики финансового рынка для прогноза будущего.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Рекомендации по проведению контрольной работы

Вы можете сами придумать задания для этой работы, а можете воспользоваться — полностью или частично — готовыми заданиями из КИМов (контрольных измерительных материалов) для контрольной и зачётной работ. Цель данной

контрольной работы — осуществить промежуточный контроль знаний и проверить усвоение учащимися материала тем 1–5.

Важно, чтобы учащимся было предложено не менее двух вариантов заданий. Целесообразно также попросить учащихся на время контрольной работы отключить мобильные телефоны и не пользоваться компьютерами, так как с их помощью учащиеся могут получать подсказки. Необходимые расчёты ученики могут производить на самых простых калькуляторах.

ТЕМА 6. РИСКИ ФИНАНСОВЫХ РЕШЕНИЙ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 10. Риски финансовых решений.

Описание риска в понятиях теории вероятностей

Базовые понятия: различные виды риска на финансовых рынках, финансовые пирамиды, неточность ожиданий о будущих экономических условиях, случайный эксперимент, пространство элементарных событий, случайное событие, вероятность случайного события.

Цель занятия. Этот урок является первым в очень важном разделе курса — элементах теории вероятностей и математической статистики. Учащиеся должны содержательно понять, что многие финансовые решения базируются на знании будущих значений многих экономических параметров. Эта неопределённость значений параметров, которые входят в формулы для расчёта стоимостных показателей, является основным фактором риска.

ТЕМА 7. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 11. Основные понятия теории вероятностей

Цель занятия. Основу математического описания риска даёт теория вероятностей. Практика показывает, что учащиеся с трудом осваивают основы вероятностного подхода. Преподавателю следует обратить на развитие «вероятностной интуиции» основное внимание. Абстрактное понятие пространства элементарных событий обычно легче понимается учащимися. Полезно разобрать как можно больше простых примеров случайных событий, «переводя» их на язык формального описания. Несколько примеров приведено в тексте материалов для учащихся.

ТЕМА 8. УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 12. Объединение и пересечение случайных событий. Несовместные события. Условная вероятность. Распределение дискретной случайной величины

Базовые понятия: объединение и пересечение множеств, несовместные события, условная вероятность, распределение дискретной случайной величины.

Цель занятия. Это занятие в основном посвящено понятию случайной величины и главным способам её описания. Учащиеся должны освоить понятие распределения случайной величины, его основные свойства и уметь использовать распределение дискретной случайной величины для расчёта простейших случайных событий. Также целью занятия является освоение понятия условной вероятности случайного события.

ТЕМА 9. НЕПРЕРЫВНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 13. Распределение непрерывной случайной величины. Функция плотности вероятности и функция распределения случайной величины

Базовые понятия: функция плотности вероятности непрерывной случайной величины, функция распределения случайной величины, равномерное распределение, нормальное распределение.

Цель занятия. Учащиеся должны освоить понятие распределения непрерывной случайной величины, его основные свойства и уметь использовать функции распределения и плотности вероятности для расчёта простейших случайных событий, связанных со случайной величиной. Используемые в ходе занятия понятия производной и интеграла знакомы учащимся из курса математики. Для понимания содержания занятия учащемуся достаточно интуитивного представления об этих понятиях без строгого математического обоснования.

ТЕМА 10. СОВМЕСТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 14. Совместное распределение случайных величин

Базовые понятия: совместное распределение дискретных случайных величин, таблица совместного распределения. Совместное распределение непрерывных случайных величин, плотность вероятности совместного распределения, функция условной плотности вероятности. Независимые в совокупности случайные величины.

Цель занятия. Это занятие посвящено понятию совместного распределения случайных величин и способу его описания. Учащиеся должны освоить понятие совместного распределения, его основные свойства и уметь использовать таблицу совместного дискретного распределения для расчёта простейших случайных событий, связанных со случайными величинами.

Это занятие посвящено также понятию совместного распределения непрерывных случайных величин и способам его описания. Сложностью этого занятия является неизбежное использование функций нескольких переменных, которым не уделяется должного внимания в курсе школьной математики. Однако учащиеся классов

математического профиля в состоянии использовать функции многих переменных на интуитивном уровне. Важным для понимания в ходе этого занятия также является понятие условного распределения.

ТЕМА 11. ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ — МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ И ДИСПЕРСИЯ. КОВАРИАЦИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ КОРРЕЛЯЦИИ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 15. Характеристики распределения случайной величины — математическое ожидание и дисперсия

Базовые понятия: математическое ожидание дискретной случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины как мера её разброса. Свойства дисперсии. Дисперсия суммы независимых случайных величин.

Цель занятия. Это занятие посвящено определению и свойствам важнейших характеристик случайных величин и способу их вычисления. Учащиеся должны освоить смысл этих понятий, их основные свойства и уметь использовать таблицу дискретного распределения для расчёта математического ожидания и дисперсии.

Сложностью этого урока является использование понятия интеграла. Формальное владение приемами интегрирования не предполагается, достаточно интуитивного понимания интеграла как площади под кривой плотности распределения. Обычно учащиеся классов математического профиля легко оперируют с понятием интеграла на интуитивном уровне.

Занятие 16. Характеристика совместного распределения случайных величин — ковариация и коэффициент корреляции

Базовые понятия: статистическая зависимость между случайными величинами. Свойства ковариации. Коэффициент корреляции двух случайных величин. Дисперсия суммы случайных величин в случае их статистической зависимости. Условное распределение вероятностей.

Цель занятия. Это занятие посвящено определению и свойствам важнейших характеристик совместного распределения случайных величин и способу их вычисления. Учащиеся должны освоить смысл этих понятий, их основные свойства и уметь использовать для объяснения статистической зависимости.

ТЕМА 12. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 17. Основные понятия математической статистики

Базовые понятия: генеральная совокупность и выборка. Оценивание характеристик случайных величин по выборочным наблюдениям. Гистограмма. Выборочное

среднее как мера центральной тенденции. Выборочная дисперсия и коэффициент вариации. Стандартная ошибка. Выборочное среднее и выборочная дисперсия для группированных данных.

Цель занятия. Это занятие посвящено определению и свойствам простейших и наиболее часто употребляемых оценок выборочного распределения. Учащиеся должны освоить смысл этих понятий, их основные свойства и уметь рассчитывать их для выборок небольшого размера.

ТЕМА 13. СВОЙСТВА СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 18. Свойства статистических оценок

Базовые понятия: линейность оценок. Несмещённость оценки. Несмещённость выборочного среднего. Эффективность оценки. Несмещённая оценка дисперсии. Состоятельность оценки как характеристика оценки при неограниченном увеличении объёма выборки. Состоятельность выборочного среднего.

Цель занятия. На занятии вводятся основные свойства оценок параметров по наблюдаемой выборке. Показываются (или постулируются) свойства часто употребляемых оценок выборочного распределения. Учащиеся должны освоить смысл этих понятий, их основные свойства и уметь рассчитывать их для выборок небольшого размера.

ТЕМА 14. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ

Количество занятий по теме: 2.

Занятия 19 и 20. Статистические выводы

Базовые понятия: понятие основной и альтернативной гипотез. Классическая процедура проверки статистических гипотез. Критическое множество и решающее правило. Ошибки первого и второго рода. Мощность статистического критерия. Уровень значимости. Критическое значение уровня значимости (p -value).

Цель занятия. Одна из самых сложных для восприятия школьников тем. В методических рекомендациях сознательно не произведено разделения этой темы на занятия. Учителю стоит ориентироваться на «обратную связь» с классом. В принципе эту тему можно и опустить. На занятии вводятся основные понятия классической схемы принятия решений в условиях неопределённости. Учащиеся должны понять, что проверка любого утверждения в условиях неопределённости требует формулировки двух альтернативных утверждений, что основой для решения о «принятии» той или иной гипотезы является более высокая вероятность выпадения наблюдаемой выборки при её справедливости.

ТЕМА 15. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, СВЯЗАННЫЕ С НОРМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

Количество занятий по теме: 2.

Занятие 21. Распределения, связанные с нормальным распределением. Стандартное нормальное распределение. Распределение хи-квадрат

Базовые понятия: стандартное нормальное распределение. Распределение хи-квадрат, его форма, математическое ожидание и дисперсия. Число степеней свободы.

Цель занятия. Идеино простая для восприятия учащихся тема, но несколько громоздкая по аналитическим формулам. Важно, чтобы учащиеся поняли качественные свойства распределения хи-квадрат, и его связь со стандартным нормальным распределением. Полезно решить несколько задач с использованием статистических таблиц этих распределений. Тему можно разбирать с использованием статистических пакетов, типа Excel.

Занятие 22. Распределения, связанные с нормальным распределением. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера

Базовые понятия: распределение Стьюдента, его форма, математическое ожидание и дисперсия. Распределение Фишера, его форма, математическое ожидание и дисперсия.

Цель занятия. Также довольно простая для восприятия учащихся тема. Важно, чтобы учащиеся поняли качественные свойства распределений Стьюдента и Фишера, и их связь со стандартным нормальным распределением и распределением хи-квадрат. Полезно решить несколько задач с использованием статистических таблиц этих распределений. Тему можно разбирать с использованием статистических пакетов, типа Excel.

ТЕМА 16. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ, БАЗИРУЮЩИХСЯ НА НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 23. Проверка гипотез, базирующихся на нормальном распределении

Базовые понятия: проверка гипотезы о неизвестном значении математического ожидания по случайной нормальной выборке. Использование для этой цели распределения Стьюдента.

Цель занятия. Учащиеся должны понять принцип проверки этой гипотезы и должны уметь проверять её по выборочным значениям. Полезно решить несколько задач с использованием статистических таблиц распределения Стьюдента. Тему можно разбирать с использованием статистических пакетов, типа Excel.

ТЕМА 17. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 24. Доверительные интервалы

Базовые понятия: доверительные интервалы как вид интервальной оценки. Уровень доверия. Проверка гипотезы о неизвестном значении математического ожидания и дисперсии по случайной нормальной выборке с использованием доверительных интервалов.

Цель занятия. Учащиеся должны понять принцип доверительного интервала как интервала со случайными концами, с заданной доверительной вероятностью включающего истинное значение параметра. Учащиеся должны уметь строить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии по выборке из нормального распределения.

ТЕМА 18. ИЗМЕРЕНИЕ РИСКА И ДОХОДНОСТИ ЦЕННОЙ БУМАГИ НА ФИНАНСОВЫХ РЫНКАХ

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 25. Измерение риска и доходности ценной бумаги на финансовых рынках.

Базовые понятия: ожидаемая доходность как математическое ожидание. Дисперсия как мера риска (волатильности) ценной бумаги.

Цель занятия. Учащиеся должны понять причины неопределённости на финансовых рынках. Они должны уметь оценивать ожидаемую доходность и волатильность ценных бумаг по выборочным данным. Тему полезно разбирать с использованием статистических пакетов, типа Excel.

ТЕМА 19. ПОРТФЕЛЬНЫЙ РИСК

Количество занятий по теме: 1.

Занятие 26. Портфельный риск

Базовые понятия: портфель ценных бумаг. Доходность и волатильность портфеля. Предположения об отсутствии налогов и транзакционных издержек на фондовом рынке. Снижение риска при включении в портфель нескольких ценных бумаг.

Цель занятия. Учащиеся должны понять, почему диверсификация портфеля ведёт к снижению его рискованности. В данной теме качественное понимание важнее математических формул и расчётов.

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА