ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

мои финансы

Финансовая математика – профильный ЕГЭ по математике

Гончарова Маргарита Алексеевна
Решетникова Наталья Валерьевна

Обновленные ФГОС ОО

- «35.2. В целях обеспечения реализации программы основного общего образования в Организации для участников образовательных отношений должны создаваться условия, обеспечивающие возможность:
- …
- **формирования функциональной грамотности обучающихся** (способности решать **учебные** задачи и **жизненные** проблемные ситуации на основе сформированных **предметных**, **метапредметных** и универсальных **способов деятельности**), включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий; …»

(ФГОС ООО)

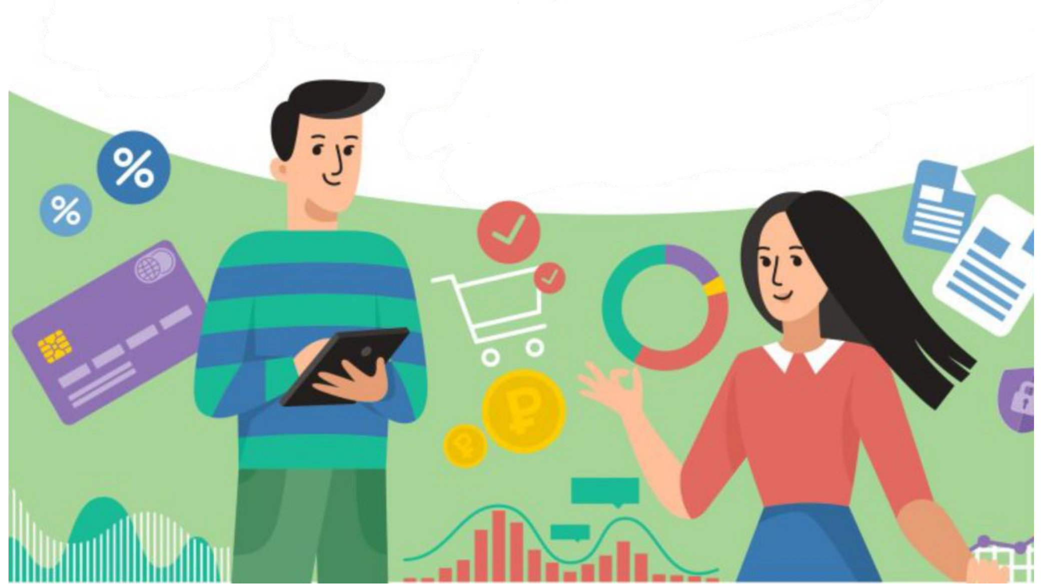
Компоненты функциональной грамотности

- **Функциональная грамотность – это не новые знания.**
- Это – КОМПЕТЕНЦИИ, готовность и способность ДЕЙСТВОВАТЬ с опорой на уже полученные знания по РАЗНЫМ предметам и жизненный опыт.
- Это способность к синтезу, обобщениям, интеграции и переносу знаний.

Финансовая и математическая грамотности: взаимосвязь

ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ – это комплекс базовых знаний в области финансов, банковского дела, страхования, бюджетирования личных финансов, которые дают человеку возможность умело подбирать необходимый финансовый продукт или услугу, рационально оценивать, брать на себя риски, грамотно накапливать сбережения. (Л.Г. Зверева, Р.А. Бельченко)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ – это способность индивидуума **формулировать, применять и интерпретировать** математику в разнообразных **контекстах**.
Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину. (PISA)



Финансовая грамотность во ФГОС общего образования

В соответствии с требованиями обновленного ФГОС ООО (2021) финансовая грамотность включена:

- в *предметные результаты* общеобразовательных предметов: «Обществознание», «Математика», «География», «Информатика»;
- в состав *универсальных учебных действий* («формирование знаний и навыков в области финансовой грамотности и устойчивого развития общества…») (п.32.2).

Учебные предметы, в которые включены вопросы финансовой грамотности (ФГОС ОО)

Уровень общего образования	Общеобразовательные предметы, в которые включены вопросы финансовой грамотности
Начальная школа	**Математика, Окружающий мир**
Основная школа	**Математика, Информатика, Обществознание, География**
Средняя школа	**Математика, Информатика, Обществознание, География**

Предметные результаты по учебному предмету «Математика» должны обеспечивать:
- **умение решать задачи разных типов** (в том числе на проценты, доли и части, движение, работу, цену товаров и стоимость покупок и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами);
- умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность полученных результатов;

(*ФГОС ООО, СОО*)

Основным средством формирования финансовой грамотности в рамках учебного предмета «Математика» являются математические задачи с экономическим контекстом

Решение математических задач с финансовым содержанием → **Формирование финансовой грамотности при обучении математике**

Для формирования умений «**эффективно действовать и принимать целесообразные решения в финансовой сфере**, необходимо наличие соответствующих экономических знаний, социального опыта, а также необходима практическая деятельность, осуществляемая в школьном образовании **при решении различного рода заданий и задач**, в которых представлены реальные жизненные ситуации»

(Е.С. Королькова, А.А. Козлова)

Разновидности экономических задач ЕГЭ (задание №16)

- ✓ Задачи на кредиты
- ✓ Задачи на вклады
- ✓ Задачи производственные, бытовые;

задачи на нахождение экстремальных значений

Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена по математике:
умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); …..

Задание №16

Проект КИМ ЕГЭ-2026 (профиль)

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
– в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r.

ИЛИ

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму A млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно A, если общая сумма платежей в 2028 году составит 17 925 тыс. рублей?

Критерии оценивания выполнения задания	**Баллы**
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Разновидности экономических задач ЕГЭ (задание №16)

- ✓ Задачи на кредиты
- ✓ Задачи на вклады
- ✓ Задачи производственные, бытовые; задачи на нахождение экстремальных значений

Что требуется для успешного решения задания №16?

- Понимание всех встречающихся в условии терминов (вклад, кредит, начисление процентов, долг и т.п.)
- Знания и умения по темам:
  - Проценты
  - Арифметическая и геометрическая прогрессии
  - Наибольшее и наименьшее значение функции

Процент от числа — это $\frac{1}{100}$ часть числа.

Процент от числа — это $\frac{1}{100}$ часть числа.

«величина А увеличилась на *x*%» → «А · k», где $\mathrm{k} = 1 + 0{,}01x$

Процент от числа — это $\frac{1}{100}$ часть числа.

«величина A увеличилась на x%» ⇒ «A · k», где $k = 1 + 0{,}01x$

«величина A уменьшилась на x%» ⇒ «A · k», где $k = 1 - 0{,}01x$

Простые проценты

$$A_m = \left(1 + m \cdot \frac{x}{100}\right) A_0.$$

Сложные проценты

$$A_m = \left(1 + \frac{x}{100}\right)^m A_0.$$

Примеры задач на проценты

Пример 1. Магазин увеличил цену товара в 8 раз. Однако по результатам проверки антимонопольная служба предписала вернуть прежнюю цену. На сколько процентов придётся снизить цену?

Решение.
Пусть первоначальная цена товара — x рублей, тогда после подорожания он стал стоить $8x$ рублей. По результатам проверки цена снизилась на $7x$, что составляет $\frac{7x}{8x} \cdot 100\%$=87,5% от суммы $8x$ рублей.
Ответ: 87,5.

Примеры задач на проценты

Пример 1. Магазин увеличил цену товара в 8 раз. Однако по результатам проверки антимонопольная служба предписала вернуть прежнюю цену. На сколько процентов придётся снизить цену?

Решение.
Пусть первоначальная цена товара — x рублей, тогда после подорожания он стал стоить 8 x рублей. По результатам проверки цена снизилась на $7x$, что составляет $\frac{7x}{8x} \cdot 100\%$=87,5% от суммы $8x$ рублей.
Ответ: 87,5.

Пример 2. Три одинаковых арбуза дороже дыни на 14%. На сколько процентов два таких же арбуза дешевле дыни?

Решение. Пусть x — цена одного арбуза, а y — цена дыни. Тогда $3x$=y·1,14, т.е. x=y·0,38, следовательно $2x$=0,76y. Так как 0,76y составляет 76% от y, то стоимость двух арбузов на 24% меньше цены дыни.
Ответ: 24.

Пример 3.
Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 25 000 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы?

Решение. После вычета налога на доходы Иван Кузьмич получит 100% − 13% = 87% = 0,87 от начисленной заработной платы.
25000 · 0,87 = 21750 рублей.
Ответ: 21 750 рублей.

Пример 3.
Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 25 000 рублей. Какую сумму он получит после вычета налога на доходы?

Решение. После вычета налога на доходы Иван Кузьмич получит 100% − 13% = 87% = 0,87 от начисленной заработной платы.
$25000 \cdot 0{,}87 = 21750$ рублей.
Ответ: 21 750 рублей.

Пример 4.
В начале мая цена на помидоры повысилась на 20%, а в начале июня понизилась на 20%. На сколько процентов цена помидоров в июне после понижения стала ниже, чем цена помидоров в мае до повышения?

Решение. Пусть x — цена килограмма помидоров в начале мая, до повышения. Тогда после повышения она стала $x \cdot 1{,}2$. После понижения цены в июне стоимость килограмма помидоров стала $x \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}96x$. Так как $0{,}96x$ составляет 96% от x, то цена килограмма помидоров в июне после понижения стала ниже, чем цена помидоров в мае до повышения, на 4%.
Ответ: 4.

Пример 5.

Цена на автомобиль престижной марки ежегодно увеличивается на одно и то же число процентов по сравнению с предыдущим годом. На сколько процентов каждый год увеличивалась цена автомобиля, если, выставленный на продажу за 2 560 000 рублей, он через два года был продан за 4 000 000 рублей?

Решение. Пусть цена автомобиля ежегодно увеличивалась на p%, тогда через два года он будет стоить $2\,560\,000 \cdot (1+\frac{p}{100})^2$ рублей.

Согласно условию $2\,560\,000 \cdot (1+\frac{p}{100})^2=4\,000\,000$.

Отсюда $(1+\frac{p}{100})^2=\frac{4000000}{2560000}=\frac{2000^2}{1600^2}=(\frac{2000}{1600})^2=(\frac{5}{4})^2=(\frac{125}{100})^2$, $1+\frac{p}{100}=\frac{125}{100}=1+\frac{25}{100}$, поэтому p=25%.

Ответ: 25.

Типичные ошибки при решении финансово-экономических задач

- ✓ Незнание понятия «процент», неумение решать основные задачи на проценты
- ✓ Подмена условия задачи в результате неумения вычитывать информацию из текста
- ✓ Незнание/непонимание элементарных экономических понятий, встречающихся в условии задачи
- ✓ Неверное составление математической модели (например, из-за неправильного определения формы кредитования)
- ✓ Необоснованное составление математической модели
- ✓ Незнание/неправильное применение формул арифметической прогрессии, расчета общей суммы выплат
- ✓ Ошибки в алгебраических преобразованиях
- ✓ Неумение/отсутствие проверки ответа задачи на правдоподобность
- ✓ …

Нематематические понятия, необходимые для решения экономических задач ЕГЭ

Кредит – это деньги, которые заёмщик берёт в долг у банка. За пользование кредитом банк каждый платёжный период (год или месяц) начисляет на сумму долга проценты, увеличивая её.

Аннуитетная схема платежей – схема погашения кредита равными суммами через одинаковые промежутки времени (ежемесячно/ежегодно). После начисления процентов вносится фиксированный платёж.

Дифференцированная схема платежей – схема погашения кредита, при которой основной долг уменьшается равномерно (на одну и ту же сумму) каждый период.

Платёж – это сумма, вносимая заёмщиком в банк в конце каждого периода.

Остаток долга – это сумма долга после очередной выплаты (перед следующим начислением процентов).

Общая сумма выплат – это сумма всех платежей за весь срок кредита. Общая сумма выплат всегда больше суммы кредита.

Решение социально-экономических задач при помощи таблиц

Рекомендуемые обозначения (для задач «на кредиты»):

S – сумма кредита;
x – ежемесячная выплата;
n – срок кредита (количество месяцев или лет);
***r*%** – процентная ставка;
$b = 1 + \frac{r}{100}$ – коэффициент для вычисления процентных начислений.

Решение социально-экономических задач при помощи таблиц

Рекомендуемые обозначения:

S – сумма кредита;
***x* – ежемесячная выплата;**
***n* – срок кредита (количество месяцев или лет);**
***r*% – процентная ставка;**
$b = 1 + \frac{r}{100}$ – коэффициент для вычисления процентных начислений.

Общий вид таблицы:

Год	Долг с процентами, руб.	Выплата, руб.	Долг после выплаты, руб.

Решение социально-экономических задач при помощи таблиц

Рекомендуемые обозначения:

S – сумма кредита;
***x* – ежемесячная выплата;**
***n* – срок кредита (количество месяцев или лет);**
***r*% – процентная ставка;**
$b = 1 + \frac{r}{100}$ – коэффициент для вычисления процентных начислений.

Общий вид таблицы:

1

Год	Долг с процентами, руб.	Выплата, руб.	Долг после выплаты, руб.

Решение социально-экономических задач при помощи таблиц

Рекомендуемые обозначения:

S – сумма кредита;
x **– ежемесячная выплата;**
n **– срок кредита (количество месяцев или лет);**
***r*%** **– процентная ставка;**
$b = 1 + \frac{r}{100}$ **– коэффициент для вычисления процентных начислений.**

Общий вид таблицы:

Год	Долг с процентами, руб. (2)	Выплата, руб.	Долг после выплаты, руб. (1)

Решение социально-экономических задач при помощи таблиц

Рекомендуемые обозначения:

S – сумма кредита;
***x* – ежемесячная выплата;**
***n* – срок кредита (количество месяцев или лет);**
***r*% – процентная ставка;**
b $= 1 + \frac{r}{100}$ **– коэффициент для вычисления процентных начислений.**

Общий вид таблицы:

	2	3	1
Год	Долг с процентами, руб.	Выплата, руб.	Долг после выплаты, руб.

ЗАДАЧА 1.

В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;

– платежи в 2030 и 2031 годах равны;

– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите общую сумму платежей за пять лет.

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: $b = 1{,}25$.

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: $b = 1{,}25$.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			
2027			
2028			
2029			
2030			
2031			

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027			S
2028			S
2029			S
2030			Sb – x
2031			(Sb – x)b – x = 0 **!**

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb		S
2028	Sb		S
2029	Sb		S
2030	Sb		Sb – x
2031	(Sb – x)b		(Sb – x)b – x = 0

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

Общая сумма выплат равна: 3(Sb – S) + 2x.

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:
S = 9 млн. рублей – сумма кредита;
r = 25% – процентная ставка;
x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.
Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

Общая сумма выплат равна: $3(Sb - S) + 2x$.
Из условия $(Sb - x)b - x = 0$ выразим x

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: *b* = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

Общая сумма выплат равна: 3(Sb – S) + 2x.

Из условия (Sb – x)b – x = 0 выразим x:

$Sb^2 - bx - x = 0$; $Sb^2 = x(b+1)$; $x = \dfrac{Sb^2}{b+1}$.

$$3(Sb - S) + 2x = 3S(b-1) + \frac{2Sb^2}{b+1}$$

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:

S = 9 млн. рублей – сумма кредита;

r = 25% – процентная ставка;

x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

Общая сумма выплат равна: $3(Sb - S) + 2x$.

Из условия $(Sb - x)b - x = 0$ выразим x:

$Sb^2 - bx - x = 0$; $Sb^2 = x(b + 1)$; $x = \dfrac{Sb^2}{b+1}$.

$$3(Sb - S) + 2x = 3S(b - 1) + \frac{2Sb^2}{b+1}$$

Подставим числовые значения:

$$3 \cdot 9 \cdot (1{,}25 - 1) + \frac{2 \cdot 9 \cdot 1{,}25^2}{1{,}25+1} = 6{,}75 + 12{,}5 = 19{,}25 \text{ млн. руб.}$$

ЗАДАЧА 1. В июле 2026 года планируется взять кредит в размере 9 млн. руб. на пять лет.
Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным 9 млн рублей;
– платежи в 2030 и 2031 годах равны;
– к июлю 2031 года долг должен быть выплачен полностью.
Найдите общую сумму платежей за пять лет.

Решение:
S = 9 млн. рублей – сумма кредита;
r = 25% – процентная ставка;
x – размер платежа в 2030 и 2031 годах.
Введём коэффициент: b = 1,25.

Год	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
2026			S
2027	Sb	Sb – S	S
2028	Sb	Sb – S	S
2029	Sb	Sb – S	S
2030	Sb	x	Sb – x
2031	(Sb – x)b	x	(Sb – x)b – x = 0

Общая сумма выплат равна: $3(Sb - S) + 2x$.
Из условия $(Sb - x)b - x = 0$ выразим x:

$$Sb^2 - bx - x = 0; \; Sb^2 = x(b+1); \quad x = \frac{Sb^2}{b+1}.$$

$$3(Sb - S) + 2x = 3S(b-1) + \frac{2Sb^2}{b+1}$$

Подставим числовые значения:

$$3 \cdot 9 \cdot (1{,}25 - 1) + \frac{2 \cdot 9 \cdot 1{,}25^2}{1{,}25+1} = 6{,}75 + 12{,}5 = 19{,}25 \text{ млн. руб.}$$

Ответ: 19,25 млн. руб.

ЗАДАЧА 2.

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн. рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма платежа в 2027 году составит 7830 тыс. рублей?

ЗАДАЧА 2. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн. рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма платежа в 2027 году составляет 7830 тыс. рублей?

Решение:

S = 18 млн. рублей – сумма кредита;

r% – процентная ставка;

Введём коэффициент: $b = 1 + 0{,}01r$.

Выплачено в 2027 году 7830 тыс. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$\mathrm{Sb} - \frac{35}{36}\mathrm{S}$	$\frac{35}{36}\mathrm{S}$
2	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb} - \frac{34}{36}\mathrm{S}$	$\frac{34}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
11	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb} - \frac{25}{36}\mathrm{S}$	$\frac{25}{36}\mathrm{S}$
12	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb} - \frac{24}{36}\mathrm{S}$	$\frac{24}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
34	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb} - \frac{2}{36}\mathrm{S}$	$\frac{2}{36}\mathrm{S}$
35	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb} - \frac{1}{36}\mathrm{S}$	$\frac{1}{36}\mathrm{S}$
36	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	0

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

ЗАДАЧА 2. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн. рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма платежа в 2027 году составляет 7830 тыс. рублей?

Решение:

S = 18 млн. рублей – сумма кредита;

r% – процентная ставка;

Введём коэффициент: $b = 1 + 0{,}01r$.

Выплачено в 2027 году 7830 тыс. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$\mathrm{Sb}-\frac{35}{36}\mathrm{S}$	$\frac{35}{36}\mathrm{S}$
2	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb}-\frac{34}{36}\mathrm{S}$	$\frac{34}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
11	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb}-\frac{25}{36}\mathrm{S}$	$\frac{25}{36}\mathrm{S}$
12	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb}-\frac{24}{36}\mathrm{S}$	$\frac{24}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
34	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb}-\frac{2}{36}\mathrm{S}$	$\frac{2}{36}\mathrm{S}$
35	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb}-\frac{1}{36}\mathrm{S}$	$\frac{1}{36}\mathrm{S}$
36	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	0

Найдём сумму выплат в 2027 году (с 1 по 12 месяцы):

$$\left(\mathrm{Sb}-\frac{35}{36}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{35}{36}\mathrm{Sb}-\frac{34}{36}\mathrm{S}\right)+\cdots+\left(\frac{26}{36}\mathrm{Sb}-\frac{25}{36}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{25}{36}\mathrm{Sb}-\frac{24}{36}\mathrm{S}\right)=7830$$

$$\mathrm{Sb}\left(1+\frac{35}{36}+\cdots+\frac{26}{36}+\frac{25}{36}\right)-\mathrm{S}\left(\frac{35}{36}+\frac{34}{36}+\cdots+\frac{25}{36}+\frac{24}{36}\right)=7830$$

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

ЗАДАЧА 2. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 18 млн. рублей на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равно r, если общая сумма платежа в 2027 году составляет 7830 тыс. рублей?

Решение:

S = 18 млн. рублей – сумма кредита;

r% – процентная ставка;

Введём коэффициент: $b = 1 + 0{,}01r$.

Выплачено в 2027 году 7830 тыс. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$\mathrm{Sb}-\frac{35}{36}\mathrm{S}$	$\frac{35}{36}\mathrm{S}$
2	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{35}{36}\mathrm{Sb}-\frac{34}{36}\mathrm{S}$	$\frac{34}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
11	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{26}{36}\mathrm{Sb}-\frac{25}{36}\mathrm{S}$	$\frac{25}{36}\mathrm{S}$
12	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{25}{36}\mathrm{Sb}-\frac{24}{36}\mathrm{S}$	$\frac{24}{36}\mathrm{S}$
…	…	…	…
34	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{3}{36}\mathrm{Sb}-\frac{2}{36}\mathrm{S}$	$\frac{2}{36}\mathrm{S}$
35	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{2}{36}\mathrm{Sb}-\frac{1}{36}\mathrm{S}$	$\frac{1}{36}\mathrm{S}$
36	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	$\frac{1}{36}\mathrm{Sb}$	0

Найдём сумму выплат в 2027 году (с 1 по 12 месяцы):

$$\left(\mathrm{Sb}-\frac{35}{36}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{35}{36}\mathrm{Sb}-\frac{34}{36}\mathrm{S}\right)+\dots+\left(\frac{26}{36}\mathrm{Sb}-\frac{25}{36}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{25}{36}\mathrm{Sb}-\frac{24}{36}\mathrm{S}\right)=7830$$

$$\mathrm{Sb}\left(1+\frac{35}{36}+\dots+\frac{26}{36}+\frac{25}{36}\right)-\mathrm{S}\left(\frac{35}{36}+\frac{34}{36}+\dots+\frac{25}{36}+\frac{24}{36}\right)=7830$$

Воспользуемся формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии для преобразования выражения:

$$\mathrm{Sb}\left(\frac{1+\frac{25}{36}}{2}\cdot 12\right)-\mathrm{S}\left(\frac{\frac{35}{36}+\frac{24}{36}}{2}\cdot 12\right)=7830$$

$$\mathrm{Sb}\left(\frac{36+25}{36\cdot 2}\cdot 12\right)-\mathrm{S}\left(\frac{35+24}{36\cdot 2}\cdot 12\right)=7830$$

$\mathrm{Sb}\cdot\left(\frac{61}{6}\right)-\mathrm{S}\cdot\left(\frac{59}{6}\right)=7830$, откуда 3000·(61b – 59) = 7830; 61b – 59 = 2,61; 61b = 2,61 + 59; 61b = 61,61; b = 1,01; r = 1%. **Ответ: 1%.**

ЗАДАЧА 3.

15 декабря 2026 года взяли кредит в размере A млн. рублей на срок 48 месяцев. Условия выплаты кредита таковы:
– 1-ого числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 1% от оставшейся суммы долга;
– с 1-ого по 15-ое число каждого месяца должна быть произведена выплата;
– каждый следующий месяц долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга в предыдущем месяце;
– к 2030 году долг должен быть выплачен полностью.

В каком размере был взят кредит в A млн. рублей, если известно, что общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей?

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

ЗАДАЧА 3. 15 декабря 2026 года взяли кредит в размере A млн. рублей на срок 48 месяцев. Условия выплаты кредита таковы:

– 1-ого числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 1% от оставшейся суммы долга;

– с 1-ого по 15-ое число каждого месяца должна быть произведена выплата;

– каждый следующий месяц долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга в предыдущем месяце;

– к 2030 году долг должен быть выплачен полностью.

В каком размере был взят кредит в A млн. рублей, если известно, что общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей?

Решение:

S = A тыс. рублей – сумма кредита;

$r = 1\%$ – процентная ставка;

Введём коэффициент: $b = 1{,}01 = \frac{101}{100}$.

Общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			A
1	Ab	$Ab - \frac{47}{48}A$	$\frac{47}{48}A$
2	$\frac{47}{48}Ab$	$\frac{47}{48}Ab - \frac{46}{48}A$	$\frac{46}{48}A$
…	…	…	…
37	$\frac{12}{48}Ab$	$\frac{12}{48}Ab - \frac{11}{48}A$	$\frac{11}{48}A$
38	$\frac{11}{48}Ab$	$\frac{11}{48}Ab - \frac{10}{48}A$	$\frac{10}{48}A$
…	…	…	…
47	$\frac{2}{48}Ab$	$\frac{2}{48}Ab - \frac{1}{48}A$	$\frac{1}{48}A$
48	$\frac{1}{48}Ab$	$\frac{1}{48}Ab$	0

ЗАДАЧА 3. 15 декабря 2026 года взяли кредит в размере A млн. рублей на срок 48 месяцев. Условия выплаты кредита таковы:
– 1-ого числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 1% от оставшейся суммы долга;
– с 1-ого по 15-ое число каждого месяца должна быть произведена выплата;
– каждый следующий месяц долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга в предыдущем месяце;
– к 2030 году долг должен быть выплачен полностью.

В каком размере был взят кредит в A млн. рублей, если известно, что общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей?

Решение:

S = А тыс. рублей – сумма кредита;
$r = 1\%$ – процентная ставка;
Введём коэффициент: $b = 1{,}01 = \frac{101}{100}$.
Общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей.

Месяц	**Долг с %**	**Выплата**	**Долг после выплаты**
0			A
1	Ab	$Ab - \frac{47}{48}A$	$\frac{47}{48}A$
2	$\frac{47}{48}Ab$	$\frac{47}{48}Ab - \frac{46}{48}A$	$\frac{46}{48}A$
…	…	…	…
37	$\frac{12}{48}Ab$	$\frac{12}{48}Ab - \frac{11}{48}A$	$\frac{11}{48}A$
38	$\frac{11}{48}Ab$	$\frac{11}{48}Ab - \frac{10}{48}A$	$\frac{10}{48}A$
…	…	…	…
47	$\frac{2}{48}Ab$	$\frac{2}{48}Ab - \frac{1}{48}A$	$\frac{1}{48}A$
48	$\frac{1}{48}Ab$	$\frac{1}{48}Ab$	0

Найдём сумму выплат в 2030 году (с 37 по 48 месяцы):

$$\left(\frac{12}{48}Ab - \frac{11}{48}A\right) + \left(\frac{11}{48}Ab - \frac{10}{48}A\right) + \dots + \left(\frac{2}{48}Ab - \frac{1}{48}A\right) + \frac{1}{48}Ab = 6390$$

$$Ab\left(\frac{12}{48} + \dots + \frac{2}{48} + \frac{1}{48}\right) - A\left(\frac{11}{48} + \dots + \frac{1}{48}\right) = 6390$$

ЗАДАЧА 3. 15 декабря 2026 года взяли кредит в размере A млн. рублей на срок 48 месяцев. Условия выплаты кредита таковы:
– 1-ого числа каждого месяца на оставшуюся сумму долга начисляются проценты в размере 1% от оставшейся суммы долга;
– с 1-ого по 15-ое число каждого месяца должна быть произведена выплата;
– каждый следующий месяц долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга в предыдущем месяце;
– к 2030 году долг должен быть выплачен полностью.

В каком размере был взят кредит в A млн. рублей, если известно, что общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей?

Решение:
S = A тыс. рублей – сумма кредита;
r = 1% – процентная ставка;
Введём коэффициент: *b* = 1,01 = $\frac{101}{100}$.
Общая сумма платежей за 2030 год составила 6390 тыс. рублей.

Месяц	**Долг с %**	**Выплата**	**Долг после выплаты**
0			A
1	Ab	$Ab-\frac{47}{48}A$	$\frac{47}{48}A$
2	$\frac{47}{48}Ab$	$\frac{47}{48}Ab-\frac{46}{48}A$	$\frac{46}{48}A$
…	…	…	…
37	$\frac{12}{48}Ab$	$\frac{12}{48}Ab-\frac{11}{48}A$	$\frac{11}{48}A$
38	$\frac{11}{48}Ab$	$\frac{11}{48}Ab-\frac{10}{48}A$	$\frac{10}{48}A$
…	…	…	…
47	$\frac{2}{48}Ab$	$\frac{2}{48}Ab-\frac{1}{48}A$	$\frac{1}{48}A$
48	$\frac{1}{48}Ab$	$\frac{1}{48}Ab$	0

Найдём сумму выплат в 2030 году (с 37 по 48 месяцы):

$$\left(\frac{12}{48}Ab-\frac{11}{48}A\right)+\left(\frac{11}{48}Ab-\frac{10}{48}A\right)+\cdots+\left(\frac{2}{48}Ab-\frac{1}{48}A\right)+\frac{1}{48}Ab=6390$$

$$Ab\left(\frac{12}{48}+\cdots+\frac{2}{48}+\frac{1}{48}\right)-A\left(\frac{11}{48}+\cdots+\frac{1}{48}\right)=6390$$

Воспользуемся формулой суммы *n* первых членов арифметической прогрессии для преобразования выражения:

$$Ab\left(\frac{\frac{12}{48}+\frac{1}{48}}{2}\cdot 12\right)-A\left(\frac{\frac{11}{48}+\frac{1}{48}}{2}\cdot 11\right)=6390$$

$$Ab\left(\frac{12+1}{48\cdot 2}\cdot 12\right)-A\left(\frac{11+1}{48\cdot 2}\cdot 11\right)=6390$$

$$Ab\cdot\left(\frac{13}{8}\right)-A\cdot\left(\frac{11}{8}\right)=6390$$

$$A\left(\frac{101}{100}\cdot\frac{13}{8}-\frac{11}{8}\right)=6390;\ A\left(\frac{1313-1100}{800}\right)=6390$$

$$A=\frac{6390\cdot 800}{213}=24\,000,\text{ т.е. } 24\,000\text{ тыс. руб.}$$

Ответ: 24 млн. руб.

ЗАДАЧА 4.

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторое целое число лет. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн. рублей?

ЗАДАЧА 4. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторое целое число лет. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн. рублей?

Решение:

S = 14 млн. рублей – сумма кредита;

n – **целое** число лет;

r = 25% – процентная ставка.

Введём коэффициент: *b* = 1,25.

Общая сумма выплат 24,5 млн. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb - \frac{n-1}{n}S$	$\frac{n-1}{n}S$
2	$\frac{n-1}{n}Sb$	$\frac{n-1}{n}Sb - \frac{n-2}{n}S$	$\frac{n-2}{n}S$
…	…	…	…
n – 1	$\frac{2}{n}Sb$	$\frac{2}{n}Sb - \frac{1}{n}S$	$\frac{1}{n}S$
n	$\frac{1}{n}Sb$	$\frac{1}{n}Sb$	0

ЗАДАЧА 4. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторое целое число лет. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн. рублей?

Решение:

S = 14 млн. рублей – сумма кредита;

n – **целое** число лет;

r = 25% – процентная ставка.

Введём коэффициент: *b* = 1,25.

Общая сумма выплат 24,5 млн. рублей.

Месяц	**Долг с %**	**Выплата**	**Долг после выплаты**
0			S
1	Sb	$Sb-\frac{n-1}{n}S$	$\frac{n-1}{n}S$
2	$\frac{n-1}{n}Sb$	$\frac{n-1}{n}Sb-\frac{n-2}{n}S$	$\frac{n-2}{n}S$
…	…	…	…
n – 1	$\frac{2}{n}Sb$	$\frac{2}{n}Sb-\frac{1}{n}S$	$\frac{1}{n}S$
n	$\frac{1}{n}Sb$	$\frac{1}{n}Sb$	0

Найдём общую сумму выплат:

$$\left(Sb-\frac{n-1}{n}S\right)+\left(\frac{n-1}{n}Sb-\frac{n-2}{n}S\right)+\cdots+\left(\frac{2}{n}Sb-\frac{1}{n}S\right)+\frac{1}{n}Sb=24{,}5$$

$$Sb\left(1+\frac{n-1}{n}+\cdots+\frac{2}{n}+\frac{1}{n}\right)-S\left(\frac{n-1}{n}+\frac{n-2}{n}+\cdots+\frac{1}{n}\right)=24{,}5$$

ЗАДАЧА 4. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 14 млн. рублей на некоторое целое число лет. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.
На сколько лет взят кредит, если известно, что общая сумма выплат после его погашения равнялась 24,5 млн. рублей?

Решение:

S = 14 млн. рублей – сумма кредита;

n – **целое** число лет;

r = 25% – процентная ставка.

Введём коэффициент: b = 1,25.

Общая сумма выплат 24,5 млн. рублей.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb - \frac{n-1}{n}S$	$\frac{n-1}{n}S$
2	$\frac{n-1}{n}Sb$	$\frac{n-1}{n}Sb - \frac{n-2}{n}S$	$\frac{n-2}{n}S$
…	…	…	…
n – 1	$\frac{2}{n}Sb$	$\frac{2}{n}Sb - \frac{1}{n}S$	$\frac{1}{n}S$
n	$\frac{1}{n}Sb$	$\frac{1}{n}Sb$	0

Найдём общую сумму выплат:

$$\left(Sb - \frac{n-1}{n}S\right) + \left(\frac{n-1}{n}Sb - \frac{n-2}{n}S\right) + \cdots + \left(\frac{2}{n}Sb - \frac{1}{n}S\right) + \frac{1}{n}Sb = 24{,}5$$

$$Sb\left(1 + \frac{n-1}{n} + \cdots + \frac{2}{n} + \frac{1}{n}\right) - S\left(\frac{n-1}{n} + \frac{n-2}{n} + \cdots + \frac{1}{n}\right) = 24{,}5$$

Воспользуемся формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии для преобразования выражения:

$$Sb\left(\frac{1 + \frac{1}{n}}{2} \cdot n\right) - S\left(\frac{\frac{n-1}{n} + \frac{1}{n}}{2} \cdot (n-1)\right) = 24{,}5$$

$$Sb\left(\frac{n+1}{2}\right) - S\left(\frac{n-1}{2}\right) = 24{,}5$$

$$Sb(n+1) - S(n-1) = 49;\ S(b(n+1) - (n-1)) = 49$$

$$(b(n+1) - (n-1)) = \frac{49}{14}$$

$$bn + b - n + 1 = \frac{49}{14};\ n(b-1) + (b+1) = \frac{49}{14}$$

$n \cdot 0{,}25 = 3{,}5 - 2{,}25$; $n = 5$.

Ответ: 5 лет.

ЗАДАЧА 5.

15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.

Чему равна общая сумма платежей в 2027 году?

ЗАДАЧА 5. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.
Чему равна общая сумма платежей в 2027 году?

Решение:

S = 6 млн. рублей – сумма кредита;

r = 3% – процентная ставка.

Введём коэффициент: *b* = 1,03.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb - \frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}S$
2	$\frac{23}{24}Sb$	$\frac{23}{24}Sb - \frac{22}{24}S$	$\frac{22}{24}S$
…	…	…	…
11	$\frac{14}{24}Sb$	$\frac{14}{24}Sb - \frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}S$
12	$\frac{13}{24}Sb$	$\frac{13}{24}Sb - \frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}S$
…	…	…	…
23	$\frac{2}{24}Sb$	$\frac{2}{24}Sb - \frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}S$
24	$\frac{1}{24}Sb$	$\frac{1}{24}Sb$	0

ЗАДАЧА 5. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.
Чему равна общая сумма платежей в 2027 году?

Решение:

S = 6 млн. рублей – сумма кредита;

r = 3% – процентная ставка.

Введём коэффициент: b = 1,03.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$Sb - \frac{23}{24}S$	$\frac{23}{24}S$
2	$\frac{23}{24}Sb$	$\frac{23}{24}Sb - \frac{22}{24}S$	$\frac{22}{24}S$
…	…	…	…
11	$\frac{14}{24}Sb$	$\frac{14}{24}Sb - \frac{13}{24}S$	$\frac{13}{24}S$
12	$\frac{13}{24}Sb$	$\frac{13}{24}Sb - \frac{12}{24}S$	$\frac{12}{24}S$
…	…	…	…
23	$\frac{2}{24}Sb$	$\frac{2}{24}Sb - \frac{1}{24}S$	$\frac{1}{24}S$
24	$\frac{1}{24}Sb$	$\frac{1}{24}Sb$	0

Найдём сумму выплат в 2027 году (с 1 по 12 месяцы):

$$\left(Sb - \frac{23}{24}S\right) + \left(\frac{23}{24}Sb - \frac{22}{24}S\right) + \dots + \left(\frac{14}{24}Sb - \frac{13}{24}S\right) + \left(\frac{13}{24}Sb - \frac{12}{24}S\right) =$$

$$= Sb\left(1 + \frac{23}{24} + \dots + \frac{14}{24} + \frac{13}{24}\right) - S\left(\frac{23}{24} + \frac{22}{24} + \dots + \frac{13}{24} + \frac{12}{24}\right)$$

ЗАДАЧА 5. 15 декабря 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом оплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
– к 15 декабря 2028 года кредит должен быть полностью погашен.
Чему равна общая сумма платежей в 2027 году?

Решение:

S = 6 млн. рублей – сумма кредита;

r = 3% – процентная ставка.

Введём коэффициент: b = 1,03.

Месяц	Долг с %	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	Sb	$\mathrm{Sb}-\frac{23}{24}\mathrm{S}$	$\frac{23}{24}\mathrm{S}$
2	$\frac{23}{24}\mathrm{Sb}$	$\frac{23}{24}\mathrm{Sb}-\frac{22}{24}\mathrm{S}$	$\frac{22}{24}\mathrm{S}$
…	…	…	…
11	$\frac{14}{24}\mathrm{Sb}$	$\frac{14}{24}\mathrm{Sb}-\frac{13}{24}\mathrm{S}$	$\frac{13}{24}\mathrm{S}$
12	$\frac{13}{24}\mathrm{Sb}$	$\frac{13}{24}\mathrm{Sb}-\frac{12}{24}\mathrm{S}$	$\frac{12}{24}\mathrm{S}$
…	…	…	…
23	$\frac{2}{24}\mathrm{Sb}$	$\frac{2}{24}\mathrm{Sb}-\frac{1}{24}\mathrm{S}$	$\frac{1}{24}\mathrm{S}$
24	$\frac{1}{24}\mathrm{Sb}$	$\frac{1}{24}\mathrm{Sb}$	0

Найдём сумму выплат в 2027 году (с 1 по 12 месяцы):

$$\left(\mathrm{Sb}-\frac{23}{24}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{23}{24}\mathrm{Sb}-\frac{22}{24}\mathrm{S}\right)+\cdots+\left(\frac{14}{24}\mathrm{Sb}-\frac{13}{24}\mathrm{S}\right)+\left(\frac{13}{24}\mathrm{Sb}-\frac{12}{24}\mathrm{S}\right)=$$

$$=\mathrm{Sb}\left(1+\frac{23}{24}+\cdots+\frac{14}{24}+\frac{13}{24}\right)-\mathrm{S}\left(\frac{23}{24}+\frac{22}{24}+\cdots+\frac{13}{24}+\frac{12}{24}\right)$$

Воспользуемся формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии для преобразования выражения:

$$\mathrm{Sb}\left(\frac{1+\frac{13}{24}}{2}\cdot 12\right)-\mathrm{S}\left(\frac{\frac{23}{24}+\frac{12}{24}}{2}\cdot 12\right)=\mathrm{Sb}\left(\frac{24+13}{24\cdot 2}\cdot 12\right)-\mathrm{S}\left(\frac{23+12}{24\cdot 2}\cdot 12\right)$$

$$=\mathrm{Sb}\cdot\left(\frac{37}{4}\right)-\mathrm{S}\cdot\left(\frac{35}{4}\right)=\frac{6}{4}\cdot(1{,}03\cdot 37-35)=4{,}665\text{ млн. руб.}$$

Ответ: 4,665 млн. руб.

Задачи на вклады

ЗАДАЧА 6.

Вклад планируется открыть на несколько лет. В конце каждого года вклад увеличивается на 8% по сравнению с его размером в начале года. Первоначальная сумма вклада составляет 18 млн. рублей. На какое минимальное число лет можно открыть вклад, чтобы по истечении срока размер вклада был не менее 28 млн. рублей?

ЗАДАЧА 6. Вклад планируется открыть на несколько лет. В конце каждого года вклад увеличивается на 8% по сравнению с его размером в начале года. Первоначальная сумма вклада составляет 18 млн. рублей. На какое минимальное число лет можно открыть вклад, чтобы по истечении срока размер вклада был не менее 28 млн. рублей?

Пусть n – число лет, на которые открыт вклад. Отметим, что n – число натуральное не меньше 2. Составим таблицу, показывающую размер вклада в начале и в конце каждого года (увеличение любой величины A на 8% соответствует умножению A на 1,08, т.е. A+0,08A=1,08·A).

1 год	начало	18 млн.
	конец	$1{,}08 \cdot 18$ млн.
2 год	начало	$(1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
3 год	начало	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
4 год	начало	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^3 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
		…
n-й год	начало	$1{,}08^{n-2} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^{n-1} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.

ЗАДАЧА 6. Вклад планируется открыть на несколько лет. В конце каждого года вклад увеличивается на 8% по сравнению с его размером в начале года. Первоначальная сумма вклада составляет 18 млн. рублей. На какое минимальное число лет можно открыть вклад, чтобы по истечении срока размер вклада был не менее 28 млн. рублей?

Пусть n – число лет, на которые открыт вклад. Отметим, что n – число натуральное не меньше 2. Составим таблицу, показывающую размер вклада в начале и в конце каждого года (увеличение любой величины A на 8% соответствует умножению A на 1,08, т.е. A+0,08A=1,08·A).

1 год	начало	18 млн.
	конец	$1{,}08 \cdot 18$ млн.
2 год	начало	$(1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
3 год	начало	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
4 год	начало	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^3 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	…	
n-й год	начало	$1{,}08^{n-2} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^{n-1} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.

По условию задачи, размер вклада на конец n-го года должен быть не менее 28 млн. рублей. Таким образом, получаем неравенство:

$$1{,}08^{n-1}(1{,}08 \cdot 18 + 2) \geq 28 \ (*).$$

ЗАДАЧА 6. Вклад планируется открыть на несколько лет. В конце каждого года вклад увеличивается на 8% по сравнению с его размером в начале года. Первоначальная сумма вклада составляет 18 млн. рублей. На какое минимальное число лет можно открыть вклад, чтобы по истечении срока размер вклада был не менее 28 млн. рублей?

Пусть n – число лет, на которые открыт вклад. Отметим, что n – число натуральное не меньше 2. Составим таблицу, показывающую размер вклада в начале и в конце каждого года (увеличение любой величины A на 8% соответствует умножению A на 1,08, т.е. A+0,08A=1,08·A).

1 год	начало	18 млн.
	конец	$1{,}08 \cdot 18$ млн.
2 год	начало	$(1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
3 год	начало	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
4 год	начало	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^3 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
…		
n-й год	начало	$1{,}08^{n-2} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^{n-1} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.

По условию задачи, размер вклада на конец n-го года должен быть не менее 28 млн. рублей. Таким образом, получаем неравенство:

$$1{,}08^{n-1}(1{,}08 \cdot 18 + 2) \geq 28 \ (*).$$

Преобразуем неравенство (*):

$$1{,}08^{n-1}(1{,}08 \cdot 18 + 2) \geq 28$$

$$1{,}08^{n-1} \cdot 21{,}44 \leq 28$$

$$1{,}08^{n-1} > 1{,}30\ldots$$

В последнем неравенстве справа при делении 29 на 21,44 взято только два знака после запятой (если понадобится, то можно вычислить еще).

ЗАДАЧА 6. Вклад планируется открыть на несколько лет. В конце каждого года вклад увеличивается на 8% по сравнению с его размером в начале года. Первоначальная сумма вклада составляет 18 млн. рублей. На какое минимальное число лет можно открыть вклад, чтобы по истечении срока размер вклада был не менее 28 млн. рублей?

Пусть n – число лет, на которые открыт вклад. Отметим, что n – число натуральное не меньше 2. Составим таблицу, показывающую размер вклада в начале и в конце каждого года (увеличение любой величины A на 8% соответствует умножению A на 1,08, т.е. A+0,08A=1,08·A).

1 год	начало	18 млн.
	конец	$1{,}08 \cdot 18$ млн.
2 год	начало	$(1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
3 год	начало	$1{,}08 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
4 год	начало	$1{,}08^2 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^3 \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
		…
n-й год	начало	$1{,}08^{n-2} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.
	конец	$1{,}08^{n-1} \cdot (1{,}08 \cdot 18 + 2)$ млн.

По условию задачи, размер вклада на конец n-го года должен быть не менее 28 млн. рублей. Таким образом, получаем неравенство:

$$1{,}08^{n-1}(1{,}08 \cdot 18 + 2) \geq 28 \ (*).$$

Преобразуем неравенство (*):

$$1{,}08^{n-1}(1{,}08 \cdot 18 + 2) \geq 28$$

$$1{,}08^{n-1} \cdot 21{,}44 \leq 28$$

$$1{,}08^{n-1} > 1{,}30\ldots$$

В последнем неравенстве справа при делении 29 на 21,44 взято только два знака после запятой (если понадобится, то можно вычислить еще).

Теперь подберем наименьшее натуральное n такое, что $1{,}08^{n-1} > 1{,}30\ldots$.

$1{,}08^2 = 1{,}1664 < 1{,}30\ldots$

$1{,}08^3 = 1{,}25\ldots < 1{,}30\ldots$

$1{,}08^4 = 1{,}36\ldots > 1{,}30\ldots$

Таким образом, $n - 1 = 4$, т.е. $n = 5$ – наименьшее возможное количество лет, после которых размер вклада будет больше 28 млн. рублей.

Ответ: 5.

ЗАДАЧА 7.

Вклад в размере 10 млн руб. планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает размер вклада на 10%. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн руб., где x — целое число. Найдите наименьшее значение x, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн руб.

ЗАДАЧА 7. Вклад в размере 10 млн руб. планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает размер вклада на 10%. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн руб., где x — целое число. Найдите наименьшее значение x, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн руб.

Решение:

Пусть S = 10 млн. рублей – сумма вклада;

r = 10% – процентная ставка.

Введём коэффициент: k = 1,1.

ЗАДАЧА 7. Вклад в размере 10 млн руб. планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает размер вклада на 10%. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн руб., где x — целое число. Найдите наименьшее значение x, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн руб.

Решение:

Пусть S = 10 млн. рублей – сумма вклада;

r = 10% – процентная ставка.

Введём коэффициент: k = 1,1.

Номер года	Сумма в начале года	Сумма после начисления %
1	S	Sk
2	Sk	Sk^2
3	$Sk^2 + x$	$(Sk^2 + x)k$
4	$(Sk^2 + x)k + x$	$((Sk^2 + x)k + x)k$

ЗАДАЧА 7. Вклад в размере 10 млн руб. планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает размер вклада на 10%. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн руб., где x — целое число. Найдите наименьшее значение x, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн руб.

Решение:

Пусть S = 10 млн. рублей – сумма вклада;

r = 10% – процентная ставка.

Введём коэффициент: k = 1,1.

Номер года	Сумма в начале года	Сумма после начисления %
1	S	Sk
2	Sk	Sk^2
3	$Sk^2 + x$	$(Sk^2 + x)k$
4	$(Sk^2 + x)k + x$	$((Sk^2 + x)k + x)k$

$$((Sk^2 + x)k + x)k - S - 2x > 7$$

$$S(k^4 - 1) + x(k^2 + k - 2) > 7$$

$$x > \frac{7 - S(k^4 - 1)}{k^2 + k - 2}$$

$$x > \frac{7 - 10 \cdot 0{,}4641}{0{,}31}$$

$$x > \frac{2{,}359}{0{,}31} \approx 7{,}6.$$

Ответ: 8 млн. руб.

Задачи на оптимизацию

ЗАДАЧА 8.

Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

ЗАДАЧА 8. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

Решение.

По условию форма крыши является квадратом, значит, длина и ширина здания равны.

Пусть длина и ширина здания равны x м (x>0), тогда высота здания равна $\frac{432}{x^2}$ м.

Стоимость отделки здания в тысячах рублей равна:

$S(x) = 7 \cdot x^2 + 1 \cdot x \cdot \frac{432}{x^2} + 3 \cdot 2 \cdot x \cdot \frac{432}{x^2} = 7 \cdot (x^2 + \frac{432}{x})$.

ЗАДАЧА 8. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

Решение.

По условию форма крыши является квадратом, значит, длина и ширина здания равны.

Пусть длина и ширина здания равны x м (x>0), тогда высота здания равна $\frac{432}{x^2}$ м.

Стоимость отделки здания в тысячах рублей равна:

$S(x) = 7\cdot x^2 + 1\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} + 3\cdot 2\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} = 7\cdot(x^2 + \frac{432}{x})$.

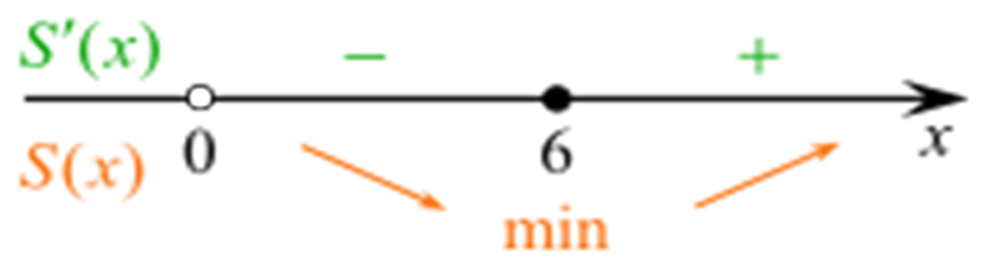
С помощью производной найдём значение x, при котором $S(x)$ принимает наименьшее значение:

$S'(x) = 7\cdot(2x-\frac{432}{x^2}) = 14\cdot(x-\frac{216}{x^2}) = 14\cdot\frac{x^3-216}{x^2}$,

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3-216=0 \Leftrightarrow x = 6$.

ЗАДАЧА 8. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

Решение.
По условию форма крыши является квадратом, значит, длина и ширина здания равны.
Пусть длина и ширина здания равны x м ($x>0$), тогда высота здания равна $\frac{432}{x^2}$ м.
Стоимость отделки здания в тысячах рублей равна:
$S(x) = 7\cdot x^2 + 1\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} + 3\cdot 2\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} = 7\cdot(x^2 + \frac{432}{x})$.
С помощью производной найдём значение x, при котором $S(x)$ принимает наименьшее значение:
$S'(x) = 7\cdot(2x-\frac{432}{x^2}) = 14\cdot(x-\frac{216}{x^2}) = 14\cdot\frac{x^3-216}{x^2}$,
$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3-216=0 \Leftrightarrow x = 6$.



ЗАДАЧА 8. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3. Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

Решение.

По условию форма крыши является квадратом, значит, длина и ширина здания равны.

Пусть длина и ширина здания равны x м ($x>0$), тогда высота здания равна $\frac{432}{x^2}$ м.

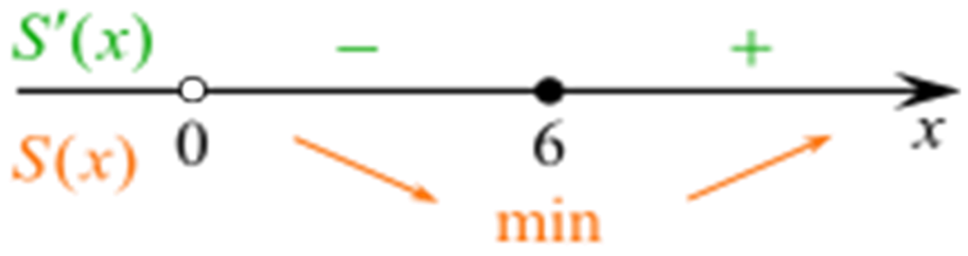
Стоимость отделки здания в тысячах рублей равна:

$S(x) = 7\cdot x^2 + 1\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} + 3\cdot 2\cdot x\cdot\frac{432}{x^2} = 7\cdot(x^2 + \frac{432}{x})$.

С помощью производной найдём значение x, при котором $S(x)$ принимает наименьшее значение:

$S'(x) = 7\cdot(2x-\frac{432}{x^2}) = 14\cdot(x-\frac{216}{x^2}) = 14\cdot\frac{x^3-216}{x^2}$,

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3-216=0 \Leftrightarrow x = 6$.



Точка минимума $x = 6$ является единственной точкой экстремума непрерывной на луче $(0;+\infty)$ функции $S(x)$, поэтому в данной точке эта функция принимает наименьшее значение.

Значит, длина и ширина здания равны 6 м, а высота здания равна $\frac{432}{6^2}$=12 м.

Ответ: 6 м, 6 м, 12 м.

Кейс «Зелёная помада»

Ситуация

Кристина и Карина одновременно увидели в магазине губную помаду редкого зеленого цвета и поняли, что хотят купить её прямо сейчас. Зеленая помада стоит 5000 рублей и таких денег у девушек не оказалось, но это их не остановило.
Кристина обратилась в микрокредитную организацию и в течение получаса взяла в кредит 5000 рублей под 2% в день сроком на 1 год (365 дней), причем ежедневные платежи по кредиту списываются с банковского счета Кристины и подобраны так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно.
Карина, хорошо подумав, взяла в кредит 5000 рублей под 20% в месяц с условием выплаты всей суммы и процентов через 12 месяцев, то есть через 1 год.

Вопросы.

1) Как ты думаешь, кому из девушек помада обойдется дороже?
2) С помощью математического аппарата проверь свою гипотезу.
3) Дай девушкам рекомендации по развитию у себя культуры ответственного финансового поведения.

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

1) Фактически кейс предполагает решение 2-х задач: о Карине и Кристине.

I. Кристина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 2% – месячный процент, n = 365 дней (1 месяц) – срок кредитования, V_n – выплата в n-ый месяц, S_o – общая сумма выплат за весь период кредитования.

Каждая месячная выплата состоит из двух слагаемых: постоянно выплачиваемой части основного долга и процента на невыплаченный остаток.

$$V_1 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S$$

$$V_2 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{364}{365} S$$

$$+ \quad \cdots$$

$$V_{365} = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S + 0{,}02 \cdot \frac{364}{365} S + \cdots + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02S \cdot (1 + \frac{364}{365} + \cdots + \frac{1}{365})$$

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

1) Фактически кейс предполагает решение 2-х задач: о Карине и Кристине.

I. Кристина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 2% – месячный процент, n = 365 дней (1 месяц) – срок кредитования, V_n – выплата в n-ый месяц, S_o – общая сумма выплат за весь период кредитования.

Каждая месячная выплата состоит из двух слагаемых: постоянно выплачиваемой части основного долга и процента на невыплаченный остаток.

$$V_1 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S$$

$$V_2 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{364}{365} S$$

$$+ \quad \cdots$$

$$V_{365} = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S + 0{,}02 \cdot \frac{364}{365} S + \cdots + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02S \cdot (1 + \frac{364}{365} + \cdots + \frac{1}{365})$$

В скобках – сумма арифметической прогрессии с $a_1 = 1$, $a_{365} = \frac{1}{365}$, $n = 365$. Вычислим эту сумму:

$$\frac{1 + \frac{1}{365}}{2} \cdot 365 = \frac{366}{2} = 183.$$

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

1) Фактически кейс предполагает решение 2-х задач: о Карине и Кристине.

I. Кристина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 2% – месячный процент, n = 365 дней (1 месяц) – срок кредитования, V_n – выплата в n-ый месяц, S_o – общая сумма выплат за весь период кредитования.

Каждая месячная выплата состоит из двух слагаемых: постоянно выплачиваемой части основного долга и процента на невыплаченный остаток.

$$V_1 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S$$

$$V_2 = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{364}{365} S$$

$$+ \quad \cdots$$

$$V_{365} = \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02 \cdot S + 0{,}02 \frac{364}{365} S + \cdots + 0{,}02 \cdot \frac{1}{365} S$$

$$S_o = 365 \cdot \frac{S}{365} + 0{,}02S \cdot \left(1 + \frac{364}{365} + \cdots + \frac{1}{365}\right)$$

В скобках – сумма арифметической прогрессии с $a_1 = 1$, $a_{365} = \frac{1}{365}$, $n = 365$. Вычислим эту сумму:

$$\frac{1 + \frac{1}{365}}{2} \cdot 365 = \frac{366}{2} = 183.$$

Тогда $S_o = S + 0{,}02 \cdot 183S = 4{,}66$, учитывая, что S = 5 000, находим S_o = 23 300 р.

Получаем, что Кристина выплатит 23 300 р., переплатив 18 300 р.

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

II. Карина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 20% – месячный процент, n = 12 месяцев

Месяц	Сумма долга
1	$1{,}2\ S$
2	$1{,}2 \cdot 1{,}2\ S = 1{,}2^2 S$
3	$1{,}2^3 S$
4	$1{,}2^4 S$
…	…
12	$1{,}2^{12} S$

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

II. Карина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 20% – месячный процент, n = 12 месяцев

Месяц	Сумма долга
1	1,2 S
2	1,2 · 1,2 S = $1{,}2^2$S
3	$1{,}2^3$S
4	$1{,}2^4$S
…	…
12	$1{,}2^{12}$S

Учитывая, что S = 5 000, находим сумму долга S_o = 44 580 (результат округлен до целых). Таким образом, Карина выплатит 44 580 рублей, переплатив 39 580 рублей.

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

II. Карина:

Пусть S = 5 000 р. – сумма кредита, p = 20% – месячный процент, n = 12 месяцев

Месяц	Сумма долга
1	1,2 S
2	$1{,}2 \cdot 1{,}2\ S = 1{,}2^2 S$
3	$1{,}2^3 S$
4	$1{,}2^4 S$
…	…
12	$1{,}2^{12} S$

Учитывая, что S = 5 000, находим сумму долга $S_о$ = 44 580 (результат округлен до целых).

Таким образом, Карина выплатит 44 580 рублей, переплатив 39 580 рублей.

Карина переплатит больше, чем Кристина.

Вариант решения кейса «Зелёная помада»

3) Карине и Кристине можно дать следующие рекомендации.

Необходимо задать себе вопросы и ответить на них:

- Насколько важна для меня покупка зеленой помады?
- Целесообразно ли оформлять кредит на сумму 5000 рублей на продолжительный срок?
- Как отразится сделанная покупка на моём бюджете?
- Есть ли другие варианты приобретения зелёной помады?

Ответить на поставленные вопросы помогут знания в области финансовой грамотности. Кристине и Карине можно дать совет – не принимать спонтанных финансовых решений. Кредит на мелкую покупку не оправдывает себя, т.к. каждая из девушек может попасть в долговую яму, которая в данном случае возникнет от безрассудства заемщика. Если всё-таки зелёная помада – это вопрос «жизни и смерти», то девушкам следует подумать о других источниках денежных средств, например, вариант выгодного займа денег (в рассрочку) у знакомых или родственников, хотя, и в этом случае, придётся корректировать собственные расходы на период возврата денег либо искать дополнительный источник дохода, либо т.д. Кроме того, девушки могут оценить возможность приобретения помады в другом месте, например, в интернет-магазине. В таких магазинах, цены на одни и те же товары оказываются значительно ниже. Поэтому прежде, чем брать в долг на приобретение зелёной помады у знакомых или родственников, целесообразно изучить ценовой рынок соответствующих предложений.

Литература

1) Борисова Н.Г. Решение экономических задач при помощи таблиц // Учитель Алтая. 2025. №2(23).
2) Математика. ЕГЭ: Задача с экономическим содержанием / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухов. Ростов н/Д: Легион, 2017. 112 с.
3) Сборники специальных модулей по финансовой грамотности для УМК Г.К. Муравина, О.В. Муравиной (5, 6, 7, 8, 9, 10 кл.) / URL: https://fmc.hse.ru/spesialmod
4) Секреты фестиваля образовательных событий по функциональной грамотности «Мы вместе!»: учебно-методическое пособие / М.А. Гончарова, Т.Н. Райских, Н.В. Решетникова. Барнаул: КАУ ДПО «АИРО имени А.М. Топорова», 2023. 84 с. URL: https://clck.ru/3Pu7bZ
5) Учитель Алтая. 2025. №2(23). URL: https://clck.ru/3Pu7Wt