

Основная формула, по которой решаются многие задачи на вклады:

$$S_n = S \left(1 + \frac{x}{100} \right)^n$$

S — первоначальная сумма вклада, x — процент, S_n — сумма конечная, а число n — это срок вклада.

Задача №1.

За время хранения вклада в банке процент по нему начислялся ежемесячно в размере 5%, затем 8% и, наконец, $11\frac{1}{9}$ %. Известно, что под действием каждой процентной ставки вклад находился целое число месяцев. По истечению срока хранения первоначальной суммы вклад увеличился на 96%. Определите срок хранения вклада.

Решение: Пусть изначально сумма была равна S . Тогда через месяц, после начисления процентов, мы имеем: $S_1 = S \left(1 + \frac{5}{100} \right)$, а через два месяца, при той же ставке:

$$S_2 = S \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2, \text{ а через } n \text{ месяцев } S_n = S \left(1 + \frac{5}{100} \right)^n.$$

Т.к. мы не знаем с какой процентной ставкой какой срок лежал вклад, то индекс n надо пронумеровать:

$$S_n = S \left(1 + \frac{5}{100} \right)^{n_1} \cdot \left(1 + \frac{8}{100} \right)^{n_2} \cdot \left(1 + \frac{11\frac{1}{9}}{100} \right)^{n_3} = 1,96S \quad \text{После преобразования:}$$

$$\left(\frac{105}{100} \right)^{n_1} \cdot \left(\frac{108}{100} \right)^{n_2} \cdot \left(\frac{1000}{900} \right)^{n_3} = \frac{196}{100} \quad \left(\frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} \right)^{n_1} \cdot \left(\frac{3^3}{5^2} \right)^{n_2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 5}{3^2} \right)^{n_3} = \frac{7^2}{5^2}$$

Т.к. число 7 встречается в левой части только в первой дроби, а в правой части встречается во

второй степени, то $n_1 = 2$. Тогда: $\left(\frac{3^3}{5^2} \right)^{n_2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 5}{3^2} \right)^{n_3} = \frac{2^4}{3^2}$, откуда $n_3 = 4$ и, следовательно, $n_2 = 2$.

Ответ: $2 + 4 + 2 = 8$ месяцев

Задача №2. Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

Решение.

Арифметический подход к решению.

1. $3600 \cdot 1,485 = 5346$ (т. р.) — размер вклада к концу третьего года хранения.

2. $3600 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 = 4791,6$ (т. р.) — размер вклада к концу третьего года хранения, зависящего от первоначально внесенной суммы.

3. $5346 - 4791,6 = 554,4$ (т. р.) составляют ежегодные дополнительно внесенные вклады, включая начисленные процентные надбавки.

4. Пусть одну часть из суммы 554,4 т. р. составляет дополнительно внесенная сумма в третий год хранения вклада вместе с процентной надбавкой, начисленной на ту же сумму. Тогда 1,1 часть составит размер дополнительно внесенной суммы во второй год хранения вклада с учетом процентной надбавки, начисленной дважды (два года подряд).

5. Всего $1+1,1 = 2,1$ (части).

6. $554,4 : 2,1 = 264$ (т.р.) — доля одной части от 554,4 т. р. вместе с ежегодной процентной надбавкой.

7. $264 : 1,1 = 240$ (т. р.) — сумма, ежегодно добавленная к вкладу.

Алгебраический подход к решению.

Пусть Владимир ежегодно вносил на счет x р.

К концу первого года хранения размер вклада стал $3600 \cdot 1,1 = 3960$ (т. р.)

Владимир дополнительно внес x р. Размер вклада стал $(3960 + x)$ т. р.

К концу второго года хранения размер вклада стал $(3960 + x) \cdot 1,1 = 4356 + 1,1x$ (т. р.)

Владимир вновь сделал дополнительный взнос x т. р.

Размер вклада стал $4356 + 1,1x + x = 4356 + 2,1x$ (т. р.)

К концу года были начислены проценты на сумму $4356 + 2,1x$ (т.р.)

Размер вклада стал $(4356 + 2,1x) \cdot 1,1 = 4791,6 + 2,31x$ (т. р.), который равен 5346 т. р. ($3600 \cdot 1,485 = 5346$).

Решим уравнение: $4791,6 + 2,31x = 5346 \Leftrightarrow 2,31x = 554,4 \Leftrightarrow x = 240$.

Ответ: 240 000 рублей.

Задача №3.

Решение задач с помощью математического анализа

6. В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла x % годовых, тогда как в январе 2001 года — y % годовых, причем известно, что $x+y=30\%$. В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму. В январе 2001 года, по прошествии года с того момента, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Укажите значение x при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

Решение:

Пусть в январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке на сумму A руб. Тогда через год при x % годовых на счету окажется сумма $A(1+x)$ руб.

Далее вкладчик снимает со счета пятую часть первоначальной суммы. То есть на счету оказывается сумма $\frac{4}{5}A(1+x)$. В банке меняется процентная ставка и составляет теперь y %, т.е. $(30-x)\%$. Тогда еще через год у вкладчика на счету окажется $\frac{4}{5}A(1+x)(1+y)$. Нас интересует значение x , при котором значение $f(x) = \frac{4}{5}A(1+x)(1+y)$ будет максимальным. Исследуем данную функцию методами математического анализа.

$f'(x)=0$ при

или Максимальное значение функция $f(x)$ примет в точке x_0 (вершина параболы), то есть в точке $x_0 = 25$.

Ответ: 25%.

Задачи на сравнение.

.В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена баррели сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти?

Решение:

1 сентября	руководство края положило A рублей под 26% в месяц	цена баррели сырой нефти уменьшается на 10% ежемесячно
1 октября	сумма составит $A(1+0,26)$ руб	Вложенная сумма уменьшится и станет $A(1-0,1)$ руб
1 ноября	$A(1+0,26)^2$ руб.	станет $A(1-0,1)^2$ руб

Тогда сумма увеличится в $\frac{1,26 \cdot 1,26}{0,9 \cdot 0,9} = 1,96$, т.е. на 96%

Ответ: на 96%.

Задачи с экономическим содержанием являются практическими задачами. А их решение, бесспорно, способствует более качественному усвоению содержания курса математики средней школы, позволяет осуществлять перенос полученных знаний и умений в экономику, что в свою очередь, активизирует интерес к задачам прикладного характера и изучению математики в целом. Такие задачи позволяют наиболее полно реализовывать прикладную направленность в обучении и способствуют более качественному усвоению самого учебного материала и формированию умения решать задачи данного типа.